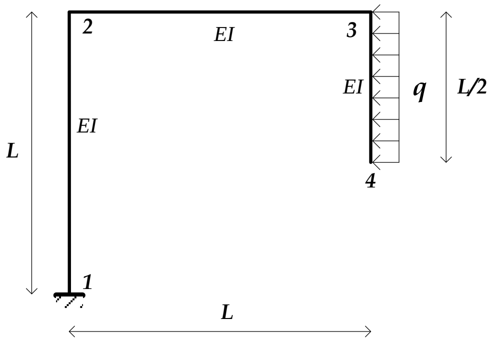
Devoir de Contrôle

Durée : 1h30 – Les documents de cours ne sont pas autorisés

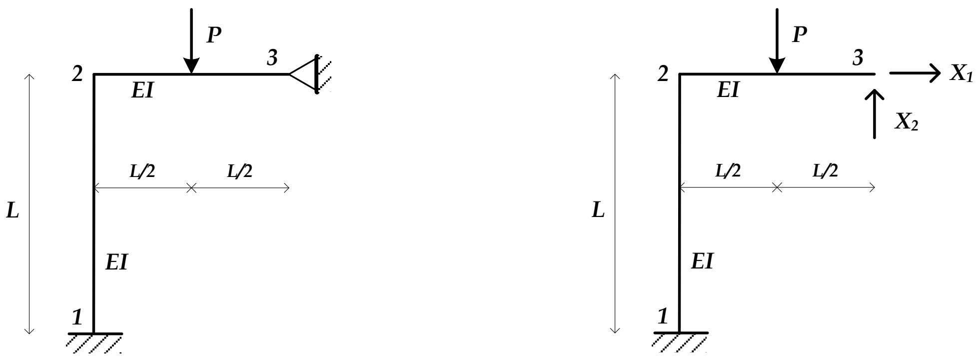
EXERCICE 1 : (9 POINTS)

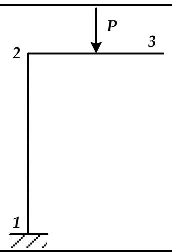
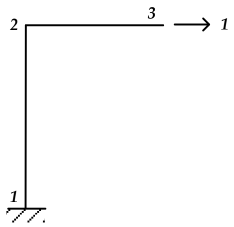
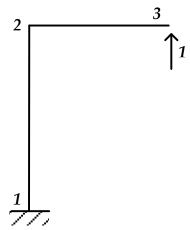
On considère la structure de la figure ci-dessous. Déterminer : le déplacement horizontal, le déplacement vertical et la rotation de la section libre (au nœud 4) de la structure.



EXERCICE 3 : (11 POINTS)

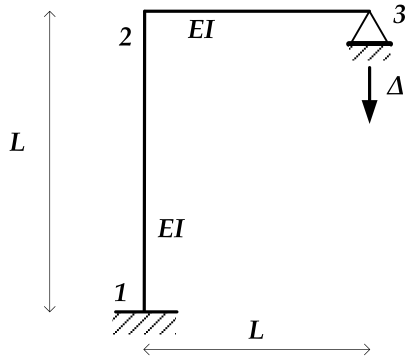
On considère le portique de la figure ci-dessous. La résolution incomplète par la méthode des forces a permis de déterminer les déplacements du tableau ci-après.



Causes / Effets			
Déplacement horizontal au nœud 3	à déterminer	à déterminer	$a_{12} = -\dfrac{L^3}{2EI}$

Déplacement vertical au nœud 3	$a_{20} = -\dfrac{29PL^3}{48EI}$	$a_{21} = -\dfrac{L^3}{2EI}$	à déterminer

1. On demande de finir l'analyse de la structure et de tracer les diagrammes des moments de flexion et des efforts tranchants (8 pts) ;
2. Retracer les diagrammes des moments de flexion et des efforts tranchants si on considère que la structure est soumise à un déplacement imposé au nœud 3 d'intensité égale à Δ dirigé selon les indications de la figure ci-dessous (P=0, dans ce cas) (3 pts).



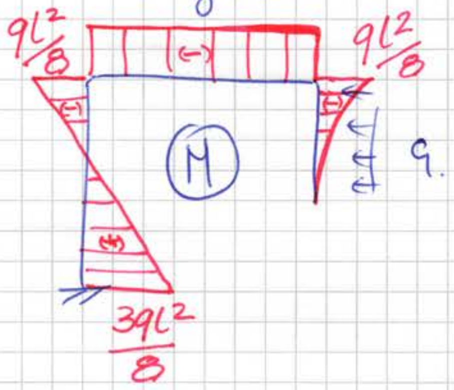
Bon Courage

Devoir de contrôle 2016 - Eléments de correction.

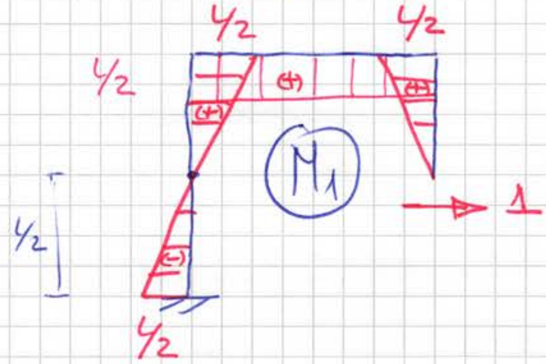
Exercice 1 :

* Déplacement horizontal noeud 4 :

Chargement reel



Charge virtuelle.



PTV :

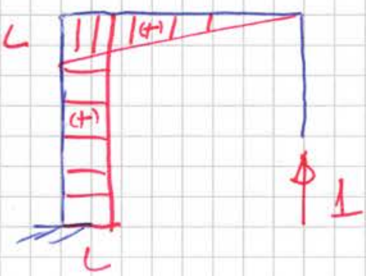
$$u_4 = \frac{l}{EI}\Big[\underbrace{\tfrac{1}{3}\cdot\tfrac{l}{2}\cdot\left(\tfrac{-ql^2}{8}\right)+\tfrac{1}{3}\cdot\left(-\tfrac{l}{2}\right)\cdot\tfrac{3ql^2}{8}+\tfrac{1}{6}\cdot\tfrac{l}{2}\cdot\tfrac{3ql^2}{8}+\tfrac{1}{6}\cdot\left(-\tfrac{l}{2}\right)\left(\tfrac{-ql^2}{8}\right)}_{1-2}\Big]$$

$$+\frac{l}{EI}\underbrace{\left(-\frac{ql^2}{8}\right)\cdot\frac{l}{2}}_{2-3}+\frac{l}{2EI}\cdot\underbrace{\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{-ql^2}{8}\right)}_{3-4}\cdot\frac{l}{2}.$$

$$\Rightarrow \qquad u_4 = \frac{43\,ql^4}{384\,EI}.$$

* Déplacement vertical noeud 4 :

charge virtuelle.

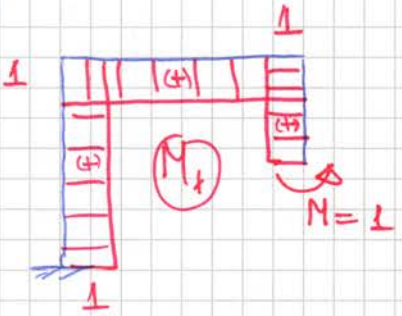


PTV :

$$v_4 = \frac{l}{EI}\left[\frac{1}{2}\cdot\left[-\frac{ql^2}{8}+\frac{3ql^2}{8}\right]\cdot l\right]+\frac{l}{EI}\left[\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{ql^2}{8}\right)\cdot l\right]$$

$$v_4 = \frac{ql^4}{16\,EI}.$$

* Rotation au noeud 4 :
charge virtuelle :



PTV :

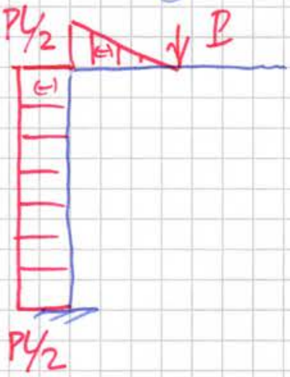
$$\theta_4 = \frac{L}{EI}\left[\frac{1}{2}\cdot\left[-\frac{qL^2}{8}+\frac{3qL^2}{8}\right]\cdot 1\right] + \frac{L}{EI}\cdot\left(\frac{-qL^2}{8}\right)\cdot 1 + \frac{L}{2EI}\cdot\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{-qL^2}{8}\right)\cdot 1$$

$$\theta_4 = -\frac{qL^3}{48EI}$$

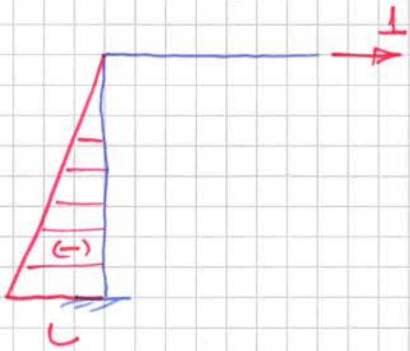
Exercice N°2 :

1°_ Diagrammes des moments

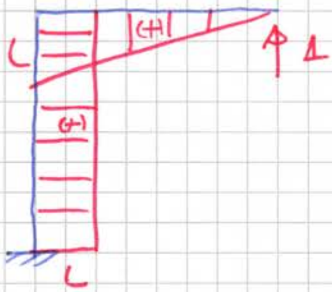
Chargement réel



charge fictive 1



Charge fictive 2.



les coefficients du tableau (Cause/Effet) qui manquent :

$$a_{10} = \frac{PL^3}{4EI} \quad ; \quad a_{11} = \frac{L^3}{3EI} \quad ; \quad a_{22} = \frac{4L^3}{3EI}$$

les 2 équations de compatibilité cinématique s'écrivent alors :

$$\begin{cases} a_{10} + a_{11}\cdot X_1 + a_{12}\cdot X_2 = 0 \\ a_{20} + a_{21}\cdot X_1 + a_{22}\cdot X_2 = 0 \end{cases}$$

Ce qui donne :

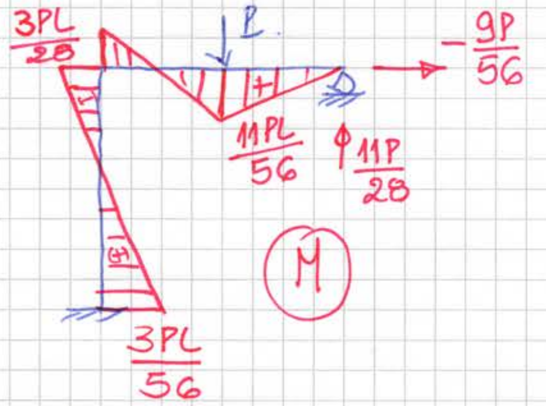
$$\frac{L^3}{EI}\cdot\begin{bmatrix} 1/3 & -1/2 \\ -1/2 & 4/3 \end{bmatrix}\cdot\begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \frac{L^3}{EI}\cdot\begin{Bmatrix} -P/4 \\ +\frac{29}{48} \end{Bmatrix}$$

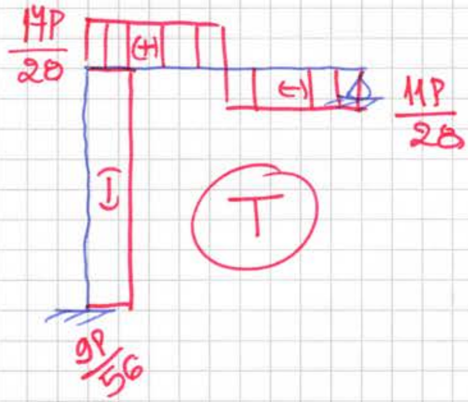
On obtient.

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \frac{6}{7} \cdot \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} -P/4 \\ \frac{29P}{48} \end{Bmatrix}$$

Ce qui donne :
$$\begin{cases} X_1 = -9P/56 \\ X_2 = 11P/28 \end{cases}$$

Diagrammes :





2° Cas d'un déplacement imposé ($P=0$).

L'équation de compatibilité cinématique s'écrit dans ce cas :

$$\begin{cases} a_{11} X_1 + a_{12} X_2 = 0 \\ a_{21} X_1 + a_{22} X_2 = -\Delta \end{cases}$$

→ le signe (−) vient du fait que le dép est dans le sens (−)

Ce qui donne :

$$\frac{L^3}{EI} \begin{bmatrix} 1/3 & -1/2 \\ -1/2 & 4/3 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -\Delta \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 8 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -\frac{6\Delta EI}{L^3} \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = 1/7 \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ -\frac{6\Delta EI}{L^3} \end{Bmatrix}$$

$$X_1 = -\frac{18}{7} \underbrace{\Delta \frac{EI}{L^3}}_{\Delta'} \quad ; \quad X_2 = -\frac{12}{7} \underbrace{\Delta \frac{EI}{L^3}}_{\Delta'}$$

Diagrammes :