



Devoir de Synthèse

Durée : 2h00 – Les documents de cours sont autorisés

L'examen comporte 3 exercices. Cependant, il est demandé de résoudre :

- L'exercice 1
- L'un des exercices 2 ou 3 au choix.

EXERCICE 1 : (12 POINTS)

On considère le portique de la figure 1. On demande d'analyser cette structure par la méthode des rotations. Les déformations dues à N et T seront négligées.

1. Identifier les ddl (inconnues) de la structure (1pt) ;
2. Ecrire le système à résoudre (4pts) ;
3. Déterminer les inconnues (ddl) (2pts) ;
4. Déterminer les moments aux extrémités des barres et tracer les diagrammes de M et T (5pts).

AN :

$H = 5\text{m}$; $P = 10\text{kN}$; $q = 20\text{kN/m}$

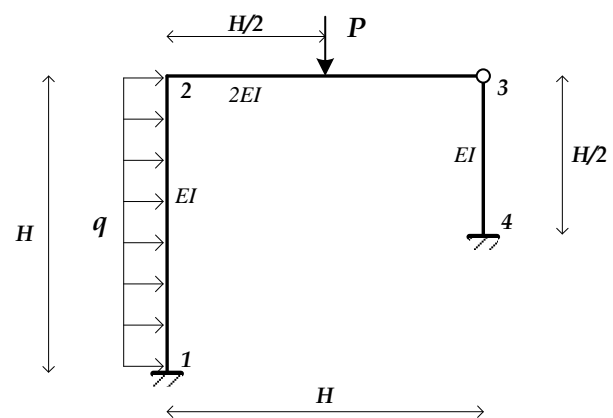


Figure 1.

EXERCICES AU CHOIX

EXERCICE 2 : (8 POINTS)

On considère le portique de la figure 2. On demande d'analyser cette structure par la méthode des forces et de tracer les diagrammes des moments de flexion dans les deux configurations suivantes :

1. Lorsque la structure est soumise à l'action de la force P appliquée à mi-travée de la poutre 2-3 (5pts) ;
2. Lorsque la structure est soumise à un tassement d'appui au nœud 4 d'intensité égale à Δ ($P=0$, dans ce cas) (3pts).

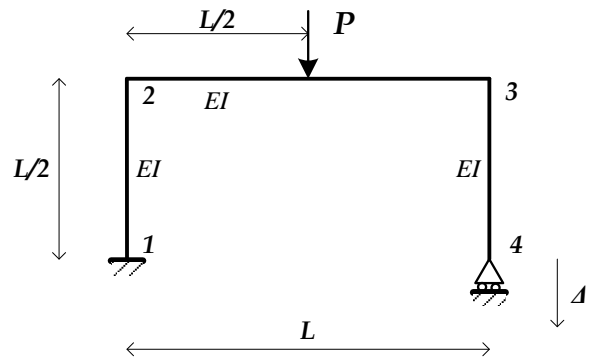


Figure 2.

EXERCICE 3 : (8 POINTS)

On considère la poutre continue de la figure 3. On demande d'analyser cette structure par la méthode des forces ou la méthode des 3 moments et de tracer les diagrammes des moments de flexion dans les deux configurations suivantes :

1. Lorsque la structure est soumise à l'action de la force P appliquée à mi-travée de la poutre 2-3 (5pts) ;
2. Lorsque la structure est soumise à un tassement d'appui au nœud 2 d'intensité égale à Δ ($P=0$, dans ce cas) (3pts).

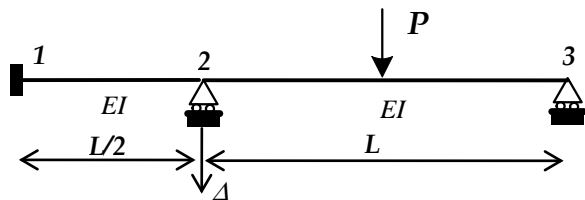


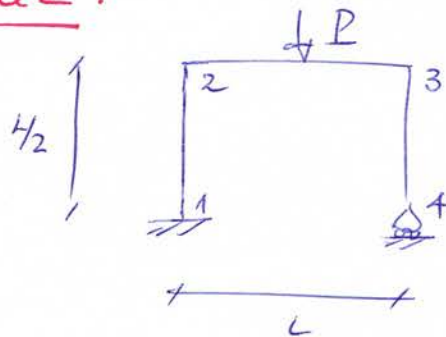
Figure 3.

Bon Courage

Correction du devoir de synthèse du 5 janvier 2012

Exercice 2 :

17

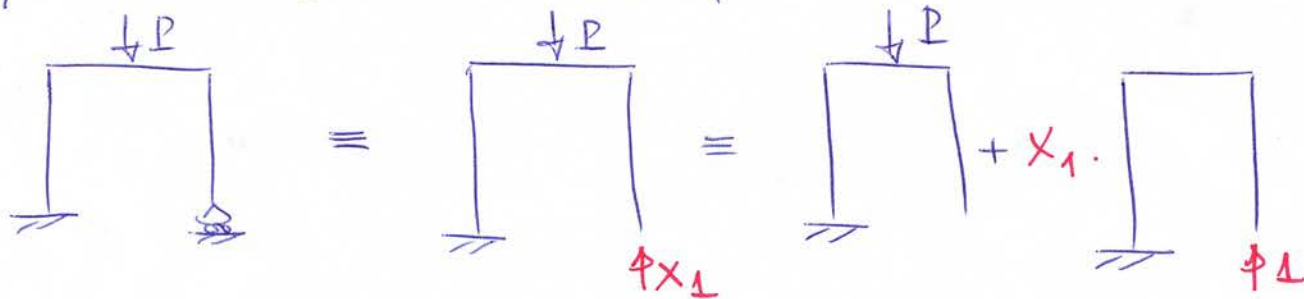


La structure est hyperstatique
de degré 1.

il suffit d'introduire une
coupure simple pour la rendre

iso.

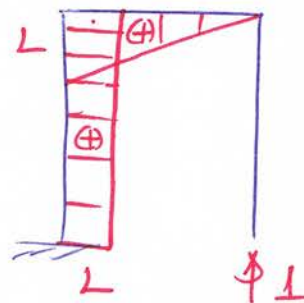
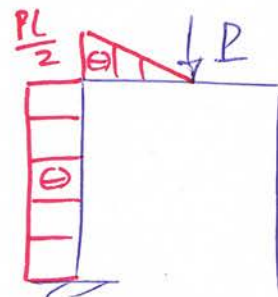
Supprimons l'appui au nœud 4 :



La condition de compatibilité cinématique s'écrit :

$$a_{10} + X_1 \cdot a_{11} = 0$$

Diagrammes :



Calcul des déplacements:

$$a_{10}: \frac{PL}{2} \left[\begin{array}{c} \triangle \\ \text{---} \\ \frac{L}{2} \end{array} \right] \oplus \left[\begin{array}{c} \frac{PL}{2} \\ \frac{L}{2} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \triangle \\ \text{---} \\ \frac{L}{2} \end{array} \right] \frac{1}{2}$$

$$a_{10} = \frac{-\frac{L}{2}}{EI} \cdot \frac{PL}{6} \cdot (2L + \frac{L}{2}) - \frac{\frac{L}{2}}{EI} \cdot \frac{PL}{2} \cdot L = -\frac{5PL^3}{48EI} - \frac{PL^3}{4EI} = -\frac{17PL^3}{48EI}$$

$$a_{11}: \left[\begin{array}{c} \triangle \\ \text{---} \\ L \end{array} \right] \oplus \left[\begin{array}{c} \frac{L}{2} \\ \frac{L}{2} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \triangle \\ \text{---} \\ L \end{array} \right] \frac{1}{2}$$

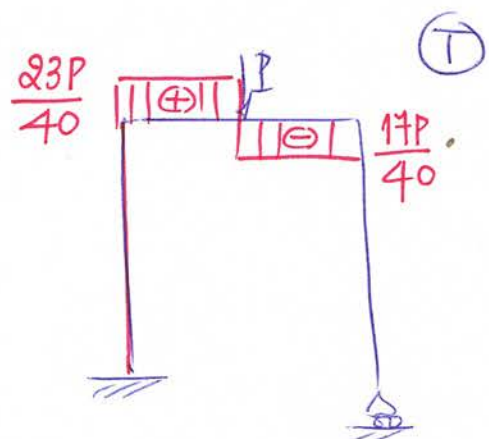
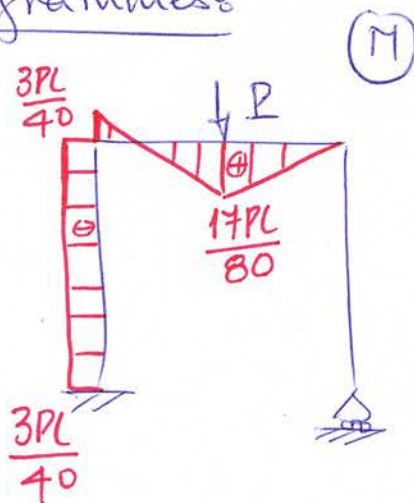
$$a_{11} = \frac{L}{EI} \cdot \frac{1}{3} \cdot L \cdot L + \frac{\frac{L}{2}}{EI} \cdot L \cdot L = \frac{L^3}{3EI} + \frac{L^3}{2EI} = \frac{5L^3}{6EI}$$

La condition de compatibilité cinématique s'écrit:

$$-\frac{17PL^3}{48EI} + X_1 \cdot \frac{5L^3}{6EI} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{X_1 = \frac{17P}{40}}$$

Diagrammes



2) $P=0$ mais la structure est soumise à un déplacement imposé Δ .

Dans ce cas l'équation de compatibilité cinématique s'écrit

$$a_{10} + X_1 \cdot a_{11} = -\Delta$$

(le signe - vient du fait que le déplacement imposé est de sens contraire à l'effort X_1).

on obtient : $0 + X_1 \cdot \frac{5L^3}{6EI} = -\Delta$

$$\Rightarrow \boxed{X_1 = -\frac{6EI}{5L^3} \cdot \Delta}$$

Diagramme des moments et des efforts tranchants :

