

Devoir de Synthèse

Durée : 2h00 – Les documents de cours ne sont pas autorisés

EXERCICE 1 : (10 POINTS)

On considère le portique de la figure 1. On demande d'analyser cette structure par la méthode des forces et de tracer les diagrammes des moments de flexion et des efforts tranchants dans les deux configurations suivantes :

1. Lorsque la structure est soumise à l'action de la charge répartie q (6pts) ;
2. Lorsque la structure est soumise à un tassement d'appui au nœud 4 d'intensité égale à Δ ($q=0$, dans ce cas) (4pts).

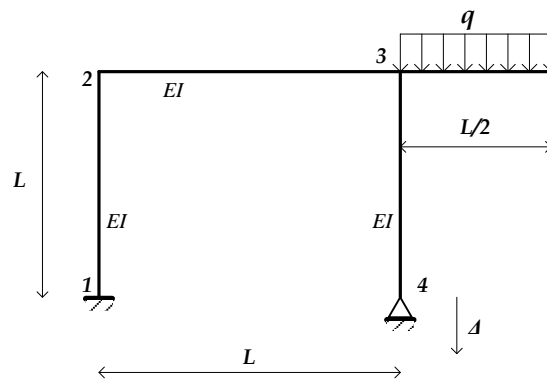


Figure 1.

EXERCICE 2 : (10 POINTS)

On considère le portique de la figure 2. On demande d'analyser cette structure par la méthode des rotations. Les déformations dues à N et T seront négligées.

1. Identifier les ddl (inconnues) de la structure (1pt) ;
2. Ecrire le système à résoudre (4pts) ;
3. Déterminer les inconnues (ddl) (2pts) ;
4. Déterminer les moments aux extrémités des barres et tracer les diagrammes de M et T (3pts).

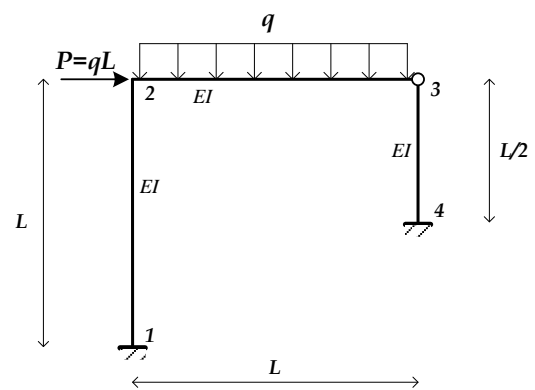


Figure 2.

AN : $L = 5\text{m}$; $q = 20\text{kN/m}$

Bon Courage

المؤتمر العربي الخامس لعلم المواد

The 5th Arab Congress On Materials Science

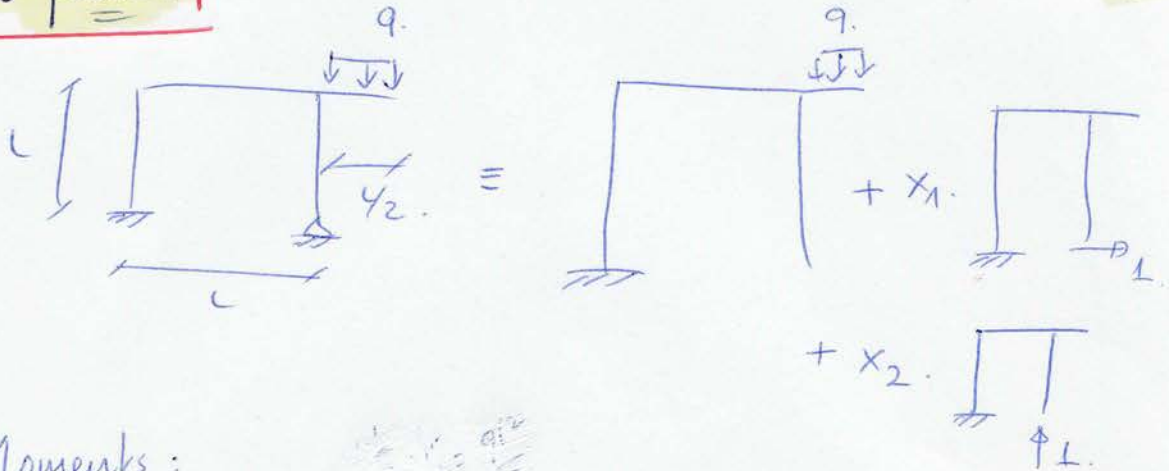
October 23-25/2007 - Gabès-Tunisia

25-23 أكتوبر 2007 - قابس - الجمهورية التونسية

DS du 6 janvier 2015

Ex1 : 10 points :

10/



Moments :

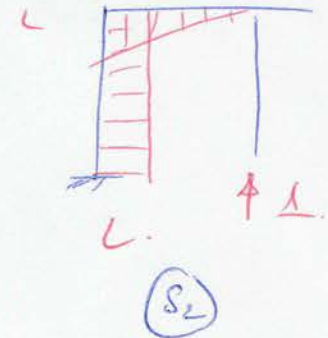
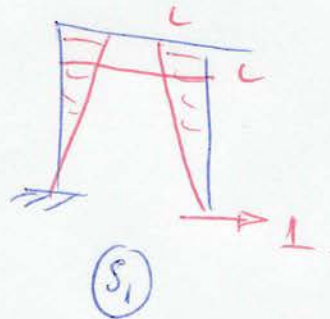
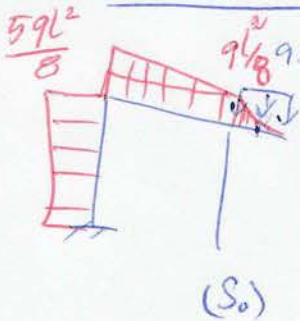


Tableau Synoptique :

Cause \ Effet	(S ₀)	(S ₁)	(S ₂)
Sous X ₁	$a_{10} = -\frac{11}{16} \frac{qL^4}{EI}$	$a_{11} = \frac{5L^3}{3EI}$	$a_{12} = \frac{L^3}{EI}$
Sous X ₂	$a_{20} = -\frac{41}{48} \frac{qL^4}{EI}$	$a_{21} = \frac{L^3}{EI}$	$a_{22} = \frac{4L^3}{3EI}$



المؤتمر العربي الخامس لعلم المواد

The 5th Arab Congress On Materials Science

October 23-25/2007 - Gabès-Tunisia

25-23 أكتوبر 2007 - قابس - الجمهورية التونسية

Les conditions de compatibilité cinématiques s'écrivent :

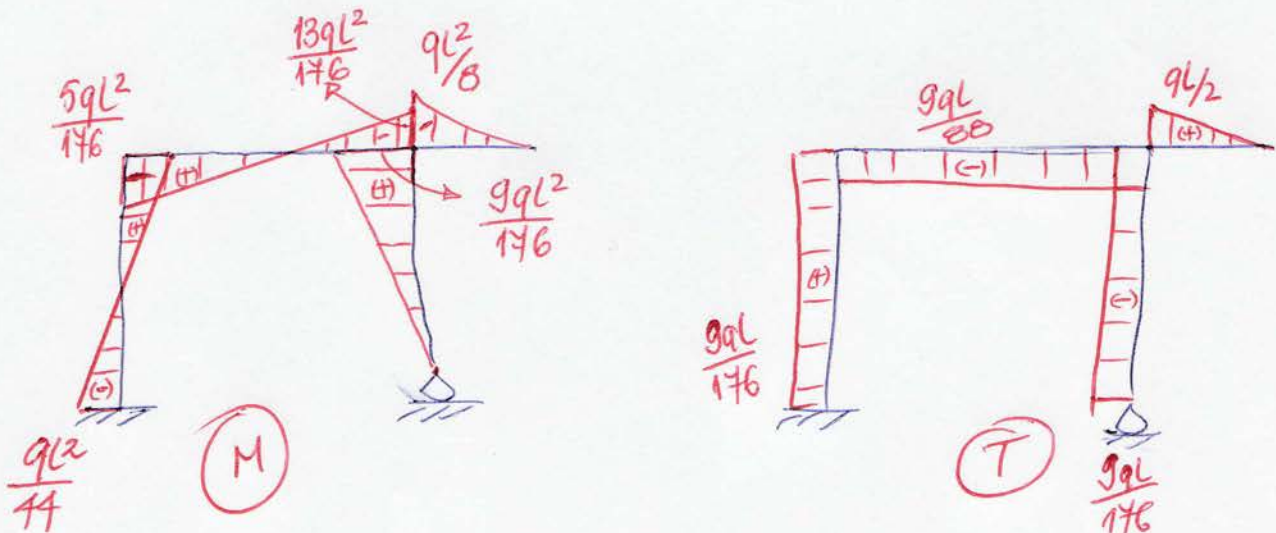
$$l^3/EI \cdot \begin{Bmatrix} 5/3 & 1 \\ 1 & 4/3 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = l^3/EI \cdot \begin{Bmatrix} \frac{11ql}{16} \\ \frac{41ql}{48} \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = 9/11 \cdot \begin{Bmatrix} 4/3 & -1 \\ -1 & 5/3 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \frac{11ql}{16} \\ \frac{41ql}{48} \end{Bmatrix}$$

les réactions d'appui au nœud 4 sont donc données par :

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{9}{176} \cdot ql \\ x_2 = \frac{53}{88} \cdot ql \end{cases}$$

Les diagrammes de M et de T sont donc :



المؤتمر العربي الخامس لعلم المواد

The 5th Arab Congress On Materials Science

October 23-25/2007 - Gabès-Tunisia

25-23 أكتوبر 2007 - قابس - الجمهورية التونسية

2° - Etude de l'effet d'un tassement d'appui au nœud 4.

Les conditions de compatibilité cinématique s'écrivent dans ce cas : ($q=0$)

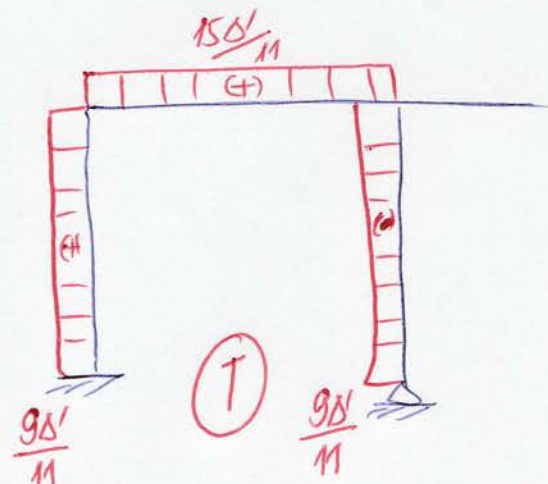
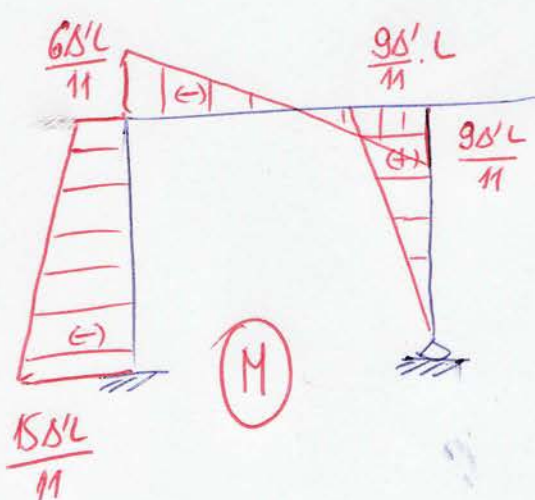
$$\frac{1^3}{EI} \cdot \begin{Bmatrix} 5/3 & 1 \\ 1 & 4/3 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -\Delta \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \frac{9}{11} \cdot \begin{Bmatrix} 4/3 & -1 \\ -1 & 5/3 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ -\frac{\Delta L^3}{EI} \end{Bmatrix} \quad \text{soit : } \Delta' = \frac{\Delta \cdot L^3}{EI}$$

on obtient :

$$\begin{cases} X_1 = \frac{9\Delta'}{11} \\ X_2 = -\frac{15\Delta'}{11} \end{cases}$$

Diagrammes :



المؤتمر العربي الخامس لعلم المواد

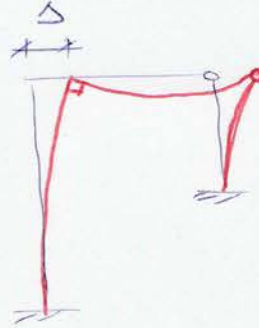
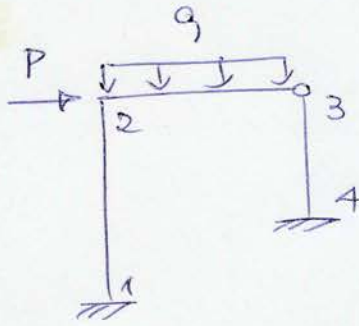
The 5th Arab Congress On Materials Science

October 23-25/2007 - Gabès-Tunisia

25-23 أكتوبر 2007 - قابس - الجمهورية التونسية

Exercice 2 :

12/



$$\begin{cases} \varphi_{34} = 2\varphi_{12} = ? \\ \varphi_{23} = 0 \\ \theta_1 ; \theta_4 = 0 \\ \theta_3 \text{ non considérée.} \\ \theta_2 = ? \end{cases}$$

Finalement : 2 inconnues : $\begin{cases} \theta_2 \\ \varphi_{12} \end{cases}$

$$(\varphi_{34} = 2 \cdot \varphi_{12})$$

2/

* Poutre 1-2 :

$$\begin{cases} M_{12} = \frac{2EI}{L} (\theta_2 - 3\varphi_{12}) \\ M_{21} = \frac{2EI}{L} (2\theta_2 - 3\varphi_{12}) \end{cases}$$

* Poutre 2-3 : la poutre est encastree-articulée

$$m_{23} = -\frac{qL^2}{12} ; m_{32} = \frac{qL^2}{12}$$

$$M_{23} = \frac{3EI}{L} \cdot \theta_2 - \frac{qL^2}{12} - \frac{1}{2} \cdot \frac{qL^2}{12}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M_{23} = \frac{3EI}{L} \cdot \theta_2 - \frac{qL^2}{8} \\ M_{32} = 0 \end{cases}$$

* Poutre 3-4 : la poutre est articulée-encastree.

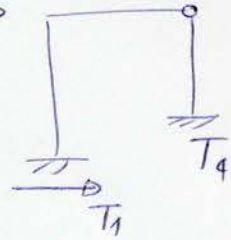
$$\begin{cases} M_{34} = 0 \\ M_{43} = \frac{3EI}{\frac{L}{2}} \cdot (-\varphi_{34}) = -\frac{12EI}{L} \cdot \varphi_{12} \end{cases}$$

* 1^{ère} équation du système: Equilibre du nœud 2:

$$M_{21} + M_{23} = 0 \rightarrow \frac{7EI}{L} \cdot \theta_2 - \frac{6EI}{L} \cdot \varphi_{12} = \frac{9l^2}{8} \quad (1)$$

* 2^{ème} équation du système: $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow$

$$P + T_1 + T_4 = 0.$$



* Expression de T_1 :



$$\Sigma M/2 = 0 \Rightarrow M_{21} + M_{12} - T_1 \cdot l = 0 \Rightarrow T_1 = \frac{M_{12} + M_{21}}{L}$$

* Expression de T_4 :



$$\Sigma M/3 = 0 \Rightarrow M_{43} - T_4 \cdot \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow T_4 = \frac{2M_{43}}{L}$$

L'équation $P + T_1 + T_4$ s'écrit alors:

$$9l + \frac{1}{L} (M_{12} + M_{21}) + \frac{2M_{43}}{L} = 0$$

$$\Rightarrow M_{12} + M_{21} + 2M_{43} = -9l^2$$

$$\frac{6EI}{L} \cdot \theta_2 - \frac{12EI}{L} \cdot \varphi_{12} - \frac{24EI}{L} \cdot \varphi_{12} = -9l^2$$

$$\Rightarrow -\frac{6EI}{L} \cdot \theta_2 + \frac{36EI}{L} \cdot \varphi_{12} = 9l^2. \quad (2)$$

المؤتمر العربي الخامس لعلم المواد

The 5th Arab Congress On Materials Science

October 23-25/2007 - Gabès-Tunisia

25-23 أكتوبر 2007 - قابس - الجمهورية التونسية

Le système à résoudre s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -6 & 36 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \theta_2 \\ \psi_{12} \end{Bmatrix} = \frac{L^3}{EI} \cdot \begin{Bmatrix} 9/8 \\ 9 \end{Bmatrix}$$

3°

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} \theta_2 \\ \psi_{12} \end{Bmatrix} = \frac{1}{216} \cdot \begin{bmatrix} 36 & 6 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} \cdot \frac{L^3}{EI} \cdot \begin{Bmatrix} 9/8 \\ 9 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \theta_2 = \frac{79L^3}{144EI} \\ \psi_{12} = \frac{319L^3}{864EI} \end{cases}$$

4° on obtient alors :

$$M_2 = -\frac{179L^2}{144}$$

$$M_{21} = -\frac{9L^2}{48}$$

$$M_{23} = \frac{9L^2}{48}$$

$$M_{43} = -\frac{319L^2}{72}$$

Diagrammes

