



Travaux Dirigés - Comportement des plaques circulaires

Exercice 1:

On considère une plaque circulaire simplement appuyée sur son contour (Fig. 1). La plaque de rayon a est soumise à l'action d'une charge uniformément répartie d'intensité q .

1. Déterminer les expressions de la flèche w et des efforts intérieurs M_r , M_θ et Q_r et en déduire l'expression de la flèche maximale.
2. Tracer les diagrammes de w , M_r , M_θ et Q_r .

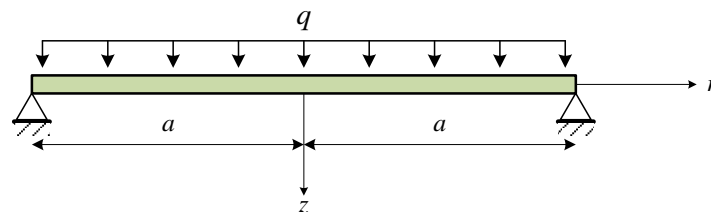


Figure 1. Plaque circulaire simplement appuyée et uniformément chargée

Exercice 2:

On considère une plaque circulaire encastrée sur son contour (Fig. 2). La plaque de rayon a est soumise à l'action d'une charge uniformément répartie d'intensité q .

Déterminer les expressions de la flèche w et des moments de flexion M_r et M_θ et en déduire l'expression de la flèche maximale et les valeurs de M_r et M_θ au centre et au bord de la plaque.

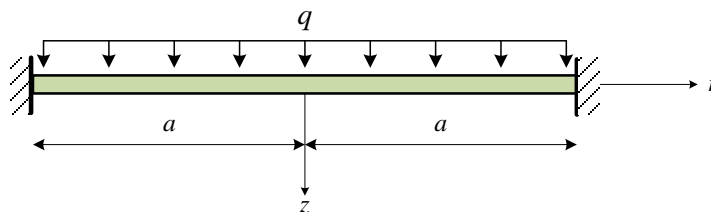


Figure 2. Plaque circulaire encastrée et uniformément chargée

Exercice 3:

On se propose d'étudier la flexion d'une plaque soumise à une charge concentrée appliquée en son centre (Fig. 3).

Déterminer l'expression de la flèche w et en déduire l'expression de la flèche maximale pour les deux configurations suivantes :

1. La plaque est simplement appuyée sur son contour ;
2. La plaque est encastrée sur son contour.

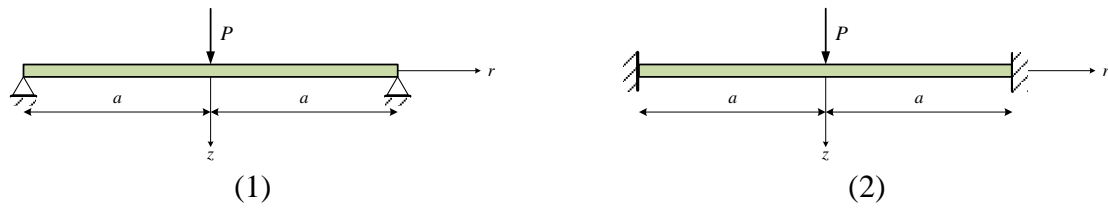
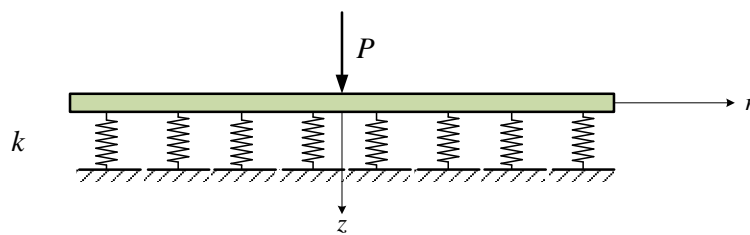


Figure 3. Plaque circulaire soumise à une charge concentrée

Exercice 4:

Une plaque circulaire de rayon a repose librement sur un sol élastique ayant un module de fondation k . La plaque est soumise à une charge concentrée P appliquée en son centre. On se propose de déterminer l'expression la flèche maximale de la plaque en utilisant la méthode de Ritz.



Indications :

La flèche peut être prise sous la forme suivante :

$$w(r) = c_0 + c_2 r^2 + \dots + c_n r^n$$

Expression de l'énergie potentielle élastique d'une plaque en coordonnées polaires :

$$U = \frac{D}{2} \iint_A \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) + 2(1-\nu) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \right] r dr d\theta$$

Pour un chargement axisymétrique, l'expression précédente est réduite à :

$$U = \pi D \int_0^a \left[\left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} \right)^2 - \frac{2(1-\nu)}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \frac{d^2 w}{dr^2} \right] r dr$$