

Chapitre 1

Concepts Fondamentaux de la Mécanique des Structures

1. Introduction

La *Mécanique des Structures* est une discipline très ancienne, qui s'est développée pour répondre à des besoins de construction, initialement dans le domaine du génie civil. Elle repose sur l'utilisation de modèles simplifiés, qui vont permettre l'analyse des structures de façon rapide. Ces modèles simplifiés sont respectivement le modèle de Love-Kirchhoff pour les plaques, et celui de Navier-Bernoulli pour les poutres. C'est à ce dernier modèle qu'est consacré ce document qui traite donc de la mécanique des structures formées de barres et de poutres.

La mécanique des structures s'appuie sur les résultats de mécanique des solides et de la résistance des matériaux. Elle permet de déterminer la *résistance* des éléments de construction, par l'étude des forces internes agissant dans la matière, de tester leur *rigidité* par l'étude des déformations dans la matière et des déplacements qui en résultent, et de lutter contre leur *instabilité*.

Les méthodes qui seront exposées dans ce cours peuvent être utilisées pour l'analyse des différentes structures suivantes :

- Les poutres continues,
- Les treillis plans et spatiaux ,
- Les portiques plans et spatiaux.

2. Hypothèses de base

Les hypothèses habituelles de la mécanique des structures sont les suivantes :

- La linéarité géométrique (petites déformations),
- La linéarité matérielle,
- Validité du principe de superposition,
- Déformations dues à l'effort normal et l'effort tranchant négligeables devant celles dues au moment de flexion,
- Théorie du premier ordre.

3. Liaisons

Une liaison est caractérisée par le nombre de déplacements (degrés de liberté) qu'elle peut empêcher. Les liaisons peuvent être extérieures ou intérieures (Fig. 1.1). Les liaisons extérieures définissent les conditions d'appui de la structure. Les liaisons intérieures déterminent les conditions de liaison de deux ou plusieurs éléments de la structure.



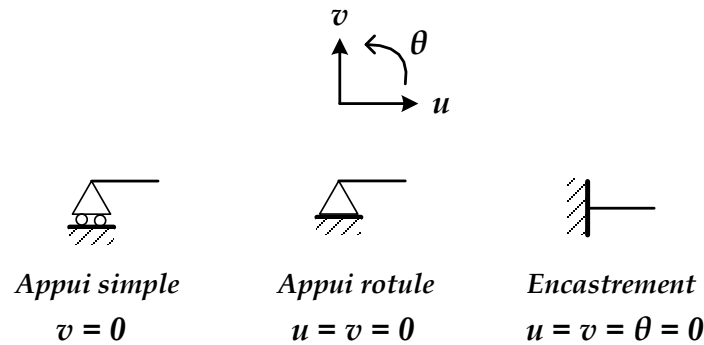


Figure 1.1 – Liaisons extérieures

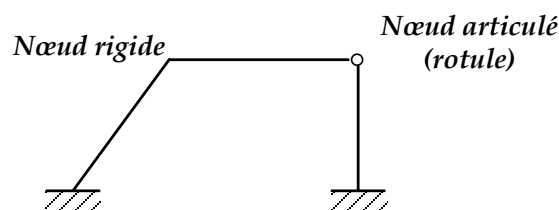


Figure 1.2 – Liaisons intérieures

4. Isostaticité vs Hyperstaticité

Toute structure est soumise à :

- Des charges (forces connues) qui peuvent être des charges permanentes ou des surcharges d'exploitation. Ces charges peuvent être réparties ou concentrées, fixes ou mobiles ;
- Des réactions (forces inconnues) qui sont les actions des appuis sur la structure. Ces réactions peuvent être déterminées à partir des équations de l'équilibre statique.

Pour une structure plane, les conditions d'équilibre sont au nombre de trois :

$$\sum F_{ext/x} = 0 \quad ; \quad \sum F_{ext/y} = 0 \quad ; \quad \sum M_{F_{ext}/point} = 0 \quad (1.1)$$

Une structure est dite isostatique lorsque les réactions d'appui peuvent se calculer par les seules équations d'équilibre.

Une structure est dite hyperstatique lorsque les équations d'équilibre sont insuffisantes pour déterminer les réactions inconnues. C'est dans ce cas qu'on fait appel aux méthodes élaborées de calcul des structures, notamment :

- La méthode des forces (1884)
- La méthode des déplacements (1920)

5. Forces intérieures et conditions d'équilibre

On utilise les notations principales suivantes :

- M , T et N sont les efforts intérieurs, où M est le moment de flexion, T l'effort tranchant et N l'effort normal ;
- p est la charge longitudinale répartie et q la charge transversale répartie ;

- u et v sont les déplacements de translation d'un point de l'axe (ou de la section droite), θ est le déplacement de rotation de la section droite.

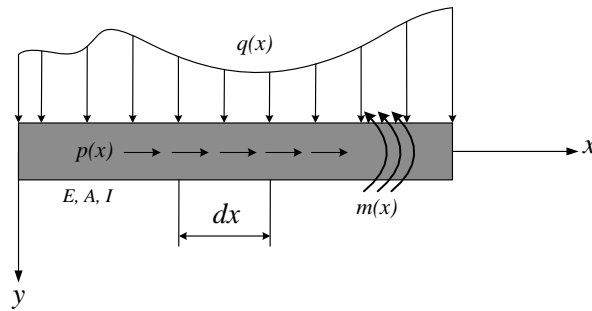


Figure 1.2 – Liaisons intérieures

Convention de signe en flexion :

On adopte dans ce cours la convention de signe suivante : *un moment positif agissant sur une face positive crée des contraintes positives du côté des ordonnées négatives*. Le moment positif tourne ainsi dans le sens trigonométrique et la fibre inférieure de la poutre est tendue.

Représentation des moments de flexion :

Bien que parfaitement arbitraire, la convention de représentation des moments de flexion du côté de la fibre tendue est la convention qui sera utilisée dans ce cours. Cette convention permet une compréhension physique du phénomène.

Compte tenu de ces conventions, les équations différentielles de l'équilibre s'écrivent :

$$\frac{dN}{dx} + p(x) = 0 \quad ; \quad \frac{d^2M}{dx^2} + q(x) = 0 \quad ; \quad \frac{dM}{dx} - T = 0 \quad (3.1)$$

Remarque sur la relation entre M et T.

6. Le principe de superposition

Le principe de superposition s'énonce comme suit : *l'effet produit par plusieurs causes agissant simultanément est égale à la somme des effets produits par chacune des causes supposée agissant simultanément*.

Effets : réactions, efforts intérieurs, contraintes, déformations, dilatations, déplacements.

Causes : actions extérieures : charges, tassements, actions thermiques, etc.

Ce principe est d'une grande utilité, parce qu'il permet de scinder l'étude des cas complexes en celle de cas simples que l'on obtient en faisant agir isolément les diverses forces ou autres actions.

