

# Chapitre 4

## Présentation de la méthode des forces

### 1. Introduction

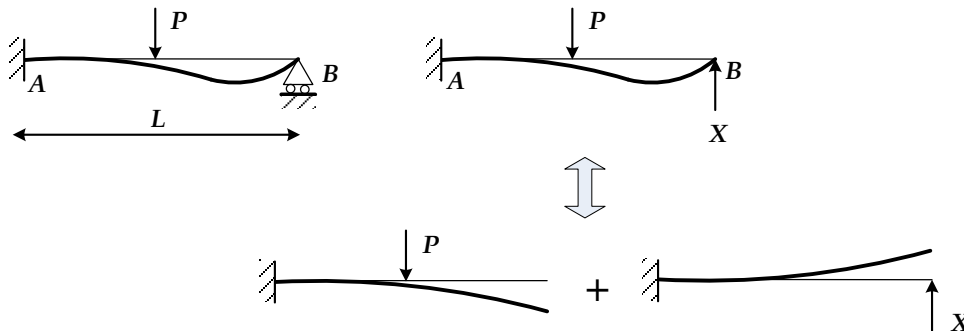
Dans ce chapitre, il s'agit essentiellement de définir les différents paramètres qui interviennent dans la procédure d'analyse des structures par la méthode des forces. Dans un souci de clarté et de simplicité, les systèmes à une inconnue sont traités d'abord en détail. En particulier, les différents cas de charge courants sont passés en revue. L'extension de la méthode aux systèmes à plusieurs inconnues fait l'objet de diverses applications.

### 2. La méthode des forces

La méthode des forces s'appuie principalement sur la validité du principe de superposition. Dans cette méthode les inconnues sont des forces. Le terme « force » doit être compris ici dans un sens général, les inconnues pouvant être des efforts internes, des réactions d'appui, des moments ou des paires de moments, etc. Pour résoudre un système, des conditions supplémentaires de déformation sont exprimées et nommées « conditions de compatibilité cinématiques ». Pour illustrer les grandes lignes de la méthode, commençons par examiner un exemple simple.

#### 2.1 Exemple introductif :

Considérons la poutre encastree appuyee, chargée à mi-portée par une charge concentrée, de la figure ci-dessous :



**Figure 2.1** – Explication qualitative du principe de la méthode des forces

L'observation de la déformée permet d'identifier une condition de compatibilité cinématique à exprimer (à gauche); ici, l'absence de déplacement vertical de l'appui à réaction normale.

La résolution du système s'effectue en deux étapes, en supprimant l'appui. Sous l'effet de la charge, l'extrémité de la poutre se déplace alors verticalement. Ce déplacement peut être aisément déterminé. Ensuite, l'appui est remplacé par son effet, une force verticale comme la réaction d'appui. Cette force, inconnue, imprime un déplacement vertical à son point d'application d'autant plus importante que son

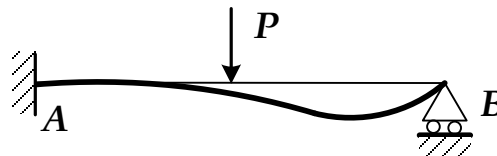


intensité est élevée. Conformément à la condition de compatibilité cinématique, le système est résolu si l'intensité de la force inconnue est telle que l'extrémité de la poutre est relevée à sa position de départ. La déformée totale correspond à la superposition de celles des deux étapes (à droite).

**Le principe de la méthode des forces** : la réaction d'appui de la poutre encadrée appuyée correspond à la force verticale qui permet de relever l'extrémité de la poutre à sa position de départ après la suppression de l'appui.

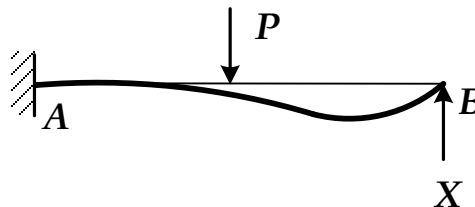
**Résolution du système :**

- 1- Observation de la déformée et identification de l'inconnue :



**Inconnue** : réaction verticale au droit de l'appui X (c'est un choix !)

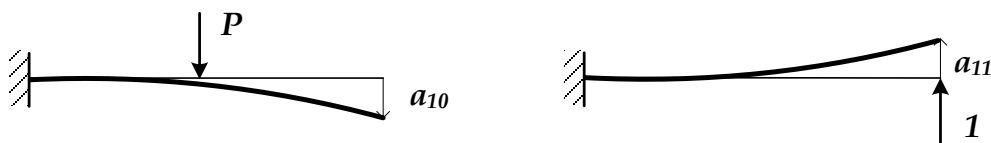
- 2- Détermination de la structure isostatique de référence (ou système fondamental) :



**Structure isostatique de référence** : c'est une structure isostatique obtenue à partir de la structure étudiée (hyperstatique) en introduisant le nombre de coupures nécessaires.

**Coupure** : c'est la suppression d'un degré de liaison en un point, ce qui impose un effort inconnu (ici la réaction d'appui).

- 3- Détermination des paramètres dans le système fondamental et expression de la condition de compatibilité cinématique :



Soient :

X : La réaction d'appui en B (l'inconnu du problème) ;

$a_{10}$  : le déplacement en B sous l'effet de la charge externe dans la structure isostatique de référence ;

$a_{11}$  : le déplacement en B sous l'effet d'une charge unité appliquée au droit de la coupure dans la structure isostatique de référence ;

La condition de compatibilité cinématique doit exprimer le fait que le déplacement en B est nul, soit :

$$a_{10} + a_{11} X = 0 \tag{2.1}$$

Les déplacements  $a_{10}$  et  $a_{11}$  peuvent être déterminés en appliquant le PTV.

- Détermination de  $a_{10}$  :
- Détermination de  $a_{11}$  :
- Détermination de l'inconnue hyperstatique  $X$  :

$$a_{10} + a_{11} X = 0 \Rightarrow \left( -\frac{5PL^3}{48EI} \right) + \left( \frac{L^3}{3EI} \right) X = 0 \Rightarrow X = \frac{5P}{16}$$

D'où les diagrammes des moments de flexion et de l'effort tranchant :

## 2.2 Résumée de la méthode :

Pour faciliter l'application de la méthode de résolution, la procédure peut être subdivisée selon les cinq étapes suivantes:

- 1) Esquisse de la déformée
- 2) Identification de l'inconnue
- 3) Détermination du système fondamental
- 4) Détermination des paramètres dans le système fondamental
- 5) Expression de la condition de compatibilité cinématique

Avant toute chose, l'esquisse de la déformée est utile pour identifier l'inconnue en choisissant la condition de compatibilité cinématique à considérer. Dans ce sens, la déformée ne doit pas être déterminée de manière précise et détaillée. Il est surtout important qu'elle respecte les conditions d'appui, la règle des petits déplacements et qu'elle mette clairement en évidence ses caractéristiques. L'inconnue découle du choix de la condition de compatibilité cinématique exprimée pour résoudre le système. Elle correspond à l'effort associé à la liaison supprimée par la **coupure** effectuée dans ce but. La structure issue du système initial, rendue isostatique par cette **coupure**, joue un rôle central dans la procédure de résolution. Cette structure est appelée **le système isostatique de référence** ou **système fondamental**.

